

# 慣性センサの逆モデルに基づく高精度姿勢推定のための相補フィルタ

舩屋賢 (九大) 杉原知道 (阪大) 山本元司 (九大)

## Complementary Filter for High-fidelity Attitude Estimation based on Inverse Modeling of Inertial Sensors

\*Ken MASUYA (Kyushu Univ.), Tomomichi SUGIHARA (Osaka Univ.),  
Motoji YAMAMOTO (Kyushu Univ.)

**Abstract**— This paper proposes a high-fidelity attitude estimation technique in which heterogeneous inertial sensors are combined. An effective complementary filter is composed by compensating the dynamics of each sensor, the original working ranges of which are not necessarily complementary. It is unnecessary to integrate the output of gyroscope as the result of filtering before integration.

**Key Words:** Attitude Estimation, Complementary Filter, Inertial Sensor

### 1. 緒言

飛行ロボット、脚型ロボットなど、運動の空間領域も周波数領域も広範囲な移動ロボットの制御において、信頼性の高い姿勢推定が必要である。姿勢推定には通常、角速度センサ、傾斜計、加速度計などのいわゆる慣性センサが用いられるが、信頼できる周波数領域がそれぞれ異なる。角速度センサは動的な角度変化を測定でき、これを積分することで姿勢を推定できるが、積分による定常誤差の拡大が問題となる。傾斜計は、準静的な状態で傾斜角を測定できるが、動的な状態ではセンサのダイナミクスによる遅れが無視できなくなる。加速度計は、静的な状態では重力方向を測定可能であるが、運動中はロボット自身の加速度の影響を受ける。このため、一種類のセンサのみによる姿勢推定は難しく、複数のセンサを組み合わせる必要がある。

このような技術としてカルマンフィルタを用いた方法が多くとられている [1][2][3]。カルマンフィルタでは時間領域で推定器を設計するが、パラメータを容易に設定する方法がない点において問題がある。一方、周波数領域で推定器を設計する相補フィルタも提案されている [4][5][6]。これは、各センサの信頼できる周波数領域がある程度分かっているならば周波数領域設計は比較的容易である。しかし、センサの動作範囲は、必ずしも相補的でないため、センサ出力を直接用いると、特定の周波数領域においては推定精度が低くなる。

そこで、本研究では、各センサの動特性を同定し、逆モデルを用いて補償することで信頼性の高い相補フィルタを構成する方法を提案する。特に傾斜計の有効周波数領域拡大により、角速度センサの出力の積分を行う必要がなく、低周波数から中周波数領域での推定精度を上げることができる。

### 2. 姿勢表現と角速度

センサユニットの姿勢が、鉛直軸以外のオイラー角  $\beta, \gamma$  を用いて  ${}^w R_b$  と表されるとする。このとき、セ

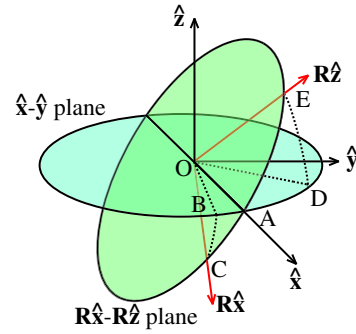


Fig.1 Considered spherical triangle

ンサユニット座標系における角速度  ${}^b \omega$  は、式 (1) のように表せる。

$${}^b \omega = {}^w R_b^T {}^w \omega = \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\beta} \cos \gamma \\ -\dot{\beta} \sin \gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 ${}^w \omega$  は世界座標系における角速度である。式 (1) より、 ${}^b \omega$  はオイラー角の微分値  $\dot{\eta} = [\dot{\beta} \ \dot{\gamma}]^T$  を用いて表すと、式 (2) のようになる。

$${}^b \omega = P \dot{\eta} \quad \text{ただし、} P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \cos \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

次に、傾斜計の出力とオイラー角による姿勢  ${}^w R_b$  の関係を球面三角法より導出する。はじめに、 $y$  軸を測定軸として持つ傾斜計の出力  $\beta_{\text{mes}}$  を Fig. 1 における、 $x$  軸と  $y$  軸がなす平面と  ${}^w R_b \hat{x}$  と  ${}^w R_b \hat{z}$  がなす平面の交線  $AO$  と  ${}^w R_b \hat{x}$  がなす角度  $\angle AOC = \beta_{\text{mes}}$  と仮定する。このとき、2つの球面三角形  $\triangle ABC$  と  $\triangle ADE$  を考える。ここで、 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  は世界座標系における  $x$  軸、

$y$  軸,  $z$  軸を表す単位ベクトルとする．球面三角形の角度  $A, B, C$  と, それぞれの頂点と中心を結ぶ線分がなす角度  $a, b, c$  の間に次の関係が成り立つ．

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c} \quad (3)$$

式 (3) から球面三角形  $\triangle ADE$  において次の関係式が導かれる．

$$\frac{\sin \angle DAE}{\sin(\frac{\pi}{2} - \phi_{z,z})} = \frac{1}{\sin(\frac{\pi}{2} - \beta_{\text{mes}})} \quad (4)$$

ここで,  $\phi_{z,z} = \arccos(\hat{z}^T w R_b \hat{z})$  である．同様に, 球面三角形  $\triangle ABC$  から

$$\frac{\sin \angle BAC}{\sin(\phi_{z,x} - \frac{\pi}{2})} = \frac{1}{\sin(\beta_{\text{mes}})} \quad (5)$$

ここで,  $\phi_{z,x} = \arccos(\hat{z}^T w R_b \hat{x})$  である．球面三角形においても対頂角は等しいので, 式 (4) と式 (5) を整理すると次の関係式が導かれる．

$$\beta_{\text{mes}} = \arctan \left( \frac{\hat{z}^T w R_b \hat{x}}{\hat{z}^T w R_b \hat{z}} \right) \quad (6)$$

同様に,  $x$  軸を測定軸に持つ傾斜計の出力  $\gamma_{\text{mes}}$  では次の関係式が成り立つことがわかる．

$$\gamma_{\text{mes}} = \arctan \left( \frac{\hat{z}^T w R_b \hat{y}}{\hat{z}^T w R_b \hat{z}} \right) \quad (7)$$

### 3. センサの逆モデルを用いた相補フィルタの設計

相補フィルタは, それぞれのセンサ出力を相補的に重み付けすることで推定を行うフィルタである．線形な相補フィルタは, 推定値  $Y(s)$ ,  $i$  番目のセンサの測定値  $X_i(s)$ ,  $i$  番目のセンサ出力にかけるフィルタ  $F_i(s)$  を用いて, 式 (8) で表される．

$$Y(s) = \sum_{i=1}^n F_i(s) X_i(s), \quad \sum_{i=1}^n F_i(s) = 1 \quad (8)$$

$F_i(s)$  はセンサ出力が信頼できる周波数領域に合わせて設計する．すなわち, 傾斜計のような低い周波数領域が信頼できるセンサにローパスフィルタを用い, 逆に角速度センサのような高い周波数領域が信頼できるセンサにハイパスフィルタを用いて, 組み合わせることで推定精度を向上できる．

しかし, 推定に用いるそれぞれのセンサの有効周波数領域は相補的であるとは限らず, 全センサ情報の信頼性が低い周波数領域が存在する場合, その周波数領域において, 推定精度が低下する．姿勢推定においては, 傾斜計の有効な周波数領域が低いため, 角速度センサと組み合わせる際に問題になる．このため, センサの動特性を補償し有効周波数領域を拡大することを考える．

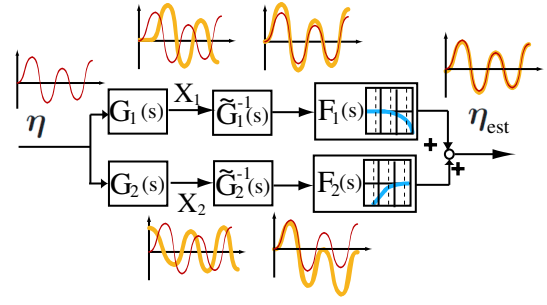


Fig.2 Block diagram of proposed complementary filter

提案する相補フィルタは式 (9) のように表され, ブロック線図は Fig. 2 のようになる．

$$\eta_{\text{est}} = \sum_{i=1}^n H(F_i(s) \tilde{G}_i^{-1}(s) X_i(s)), \quad \sum_{i=1}^n F_i(s) = 1 \quad (9)$$

ここで,  $\tilde{G}_i^{-1}(s)$  は同定したセンサの逆伝達関数であり,  $X_i(s)$  は各センサ出力,  $\eta_{\text{est}} = [\beta_{\text{est}} \ \gamma_{\text{est}}]^T$  は姿勢の推定値である． $H(\cdot)$  は逆伝達関数を通して推定したセンサ入力, 求めたい軸まわりの回転角に変換するための関数である．すなわち, 角速度センサでは式 (2) における  $P$  の擬似逆行列を用いて, 出力の動特性を補償した角速度センサ入力  $\omega$  を式 (10) によってオイラー角の微分値へ変換する．

$$\begin{aligned} H_{gy}(\omega) &= P^+ \omega \\ &= (P^T P)^{-1} P^T \omega \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \cos \gamma_{\text{est}} & -\sin \gamma_{\text{est}} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \omega \end{aligned} \quad (10)$$

また, 傾斜計では式 (6), 式 (7) より, 動特性を補償したセンサ入力  $\theta = [\theta_1 \ \theta_2]^T$  を式 (11) によって, オイラー角へ変換する．

$$H_{\text{inc}}(\theta) = \begin{bmatrix} \arctan(\tan \theta_1 \cos \gamma_{\text{est}}) \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式 (10), 式 (11) に用いている推定値  $\beta_{\text{est}}, \gamma_{\text{est}}$  は, 実際は離散時間で使用するために, 1 ステップ前の推定値を用いている．また, 通常は角速度センサの出力はオイラー角の微分値に変換し, それらを積分して, オイラー角の推定値を求めた後に, フィルタをかけて用いる．しかし, 提案する相補フィルタでは, 姿勢変換の前に周波数フィルタを施しても推定値に大きな違いは生じないと仮定しており, 結果的に積分器がハイパスフィルタによって相殺される．このため, ドリフトの影響などに煩わされることがない．

伝達関数  $\tilde{G}_i(s)$  は, 直交する 3 軸それぞれの軸まわりの回転に対するセンサの周波数応答を元に, 各要素が安定かつプロパーとなる行列として同定する．ここでは, それぞれの軸まわりの回転における伝達関数は線形分離可能であると仮定する．また, 角速度センサには微分器があり, 傾斜計には遅れ要素があると仮定して, 同定を行う．

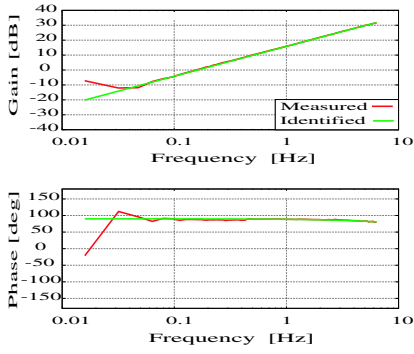


Fig.3 Frequency response of CRS around measured axis

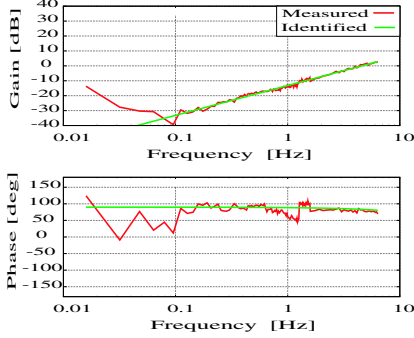


Fig.4 Frequency response of CRS around other axis

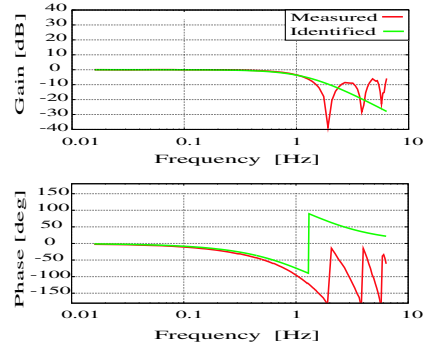


Fig.5 Frequency response of X3Q around measured axis

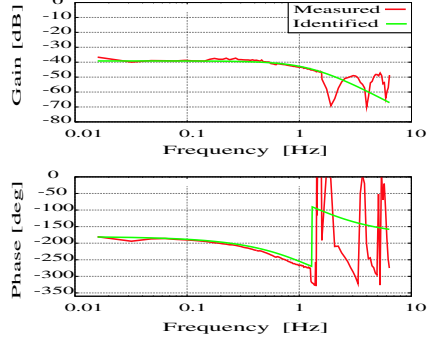


Fig.6 Frequency response of X3Q around other axis

提案するフィルタでは、逆伝達関数を用いることで、センサ出力を真のセンサ入力に近づけることができるとともに、センサの有効周波数の拡大が可能であると考えられる。しかし、同定した伝達関数  $\tilde{G}_i(s)$  は安定であるが、逆伝達関数  $\tilde{G}_i^{-1}(s)$  はノンプロパーまたは不安定である場合があるので、推定値が発散する可能性があり、推定は難しい。そこで、 $\tilde{G}_i(s)$  と  $\tilde{G}_i^{-1}(s)$  の両方が安定になるような同定を行うとともに、 $F_i(s)\tilde{G}_i^{-1}(s)$  をプロパーとするようにフィルタ  $F_i(s)$  を設計する。

## 4. 評価実験

### 4.1 実験機

センサは、SSSJ 製 1 軸角速度センサ CRS07-11S、USDigital 製 2 軸傾斜計 X3Q を用いて実験を行った。また、2 軸実験機の 1 番目の関節は  $y$  軸まわりに角度  $\beta$ 、2 番目の関節は  $x$  軸まわりに角度  $\gamma$  回転する関節であるとした。

### 4.2 2 軸における動的モデルの同定

正弦波入力から、測定軸とそれ以外の軸について、角速度センサは Fig. 3, Fig. 4, 傾斜計は Fig. 5, Fig. 6 のような周波数応答が得られた。これらより、それぞれのセンサの伝達関数を、角速度センサは式 (12)、傾斜計は式 (13) のように同定した。

$$G_1(s) = s \begin{bmatrix} \frac{0.983788}{1+0.004123s} & \frac{0.034890}{1+0.004123s} & -\frac{0.007024}{1+0.004123s} \\ -\frac{0.021741}{1+0.006435s} & \frac{0.968244}{1+0.006435s} & -\frac{0.011452}{1+0.006435s} \\ -\frac{0.040908}{1+0.003821s} & \frac{0.005308}{1+0.003821s} & \frac{0.973335}{1+0.003821s} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$G_2(s) = \frac{1}{D(s)} \begin{bmatrix} 1 & 0.005578 \\ -0.011013 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$D(s) = 1 + 0.232321s + 0.015089s^2 \quad (14)$$

### 4.3 提案する相補フィルタの設計

2 軸傾斜計と 1 軸角速度センサを用いて、式 (15) で表される 2 軸相補フィルタを設計した。

$$\eta_{est} = F_1(s)P^+\tilde{G}_1^{-1}(s)X_1 + H_2(F_2(s)\tilde{G}_2^{-1}(s)X_2)$$

$$\text{ただし、} F_1(s) = \frac{s(s + \frac{1}{4})}{(1 + \frac{1}{2}s)^2}, \quad F_2(s) = \frac{1}{(1 + \frac{1}{2}s)^2} \quad (15)$$

ここで、 $X_1$  は角速度センサの出力、 $X_2$  は 2 軸傾斜角センサの出力である。また、式 (10)、式 (11) で示した  $P^+$ 、 $H_{inc}$  をオイラー角の推定に用いている。

このフィルタでは、2 軸傾斜計の逆伝達関数行列  $\tilde{G}_2^{-1}$  の各要素が 2 次進み要素となることから、 $F_{32}(s)\tilde{G}_2^{-1}(s)$  をプロパーとするためにフィルタの伝達関数  $F_i$  を 2 次ローパスフィルタとして設計した。また、 $\tilde{G}_1^{-1}(s)$  には積分器が含まれるが、ハイパスフィルタ  $F_1(s)$  の持つ微分器と相殺されるため、結果的に積分演算を伴わないことに注意されたい。

### 4.4 実験結果

設計した 2 軸相補フィルタと逆伝達関数を用いない場合の相補フィルタの比較実験の結果を Fig. 7 と Fig. 8 に示す。ここで、2 軸に入力を  $\beta = 57.3 \sin t[\text{deg}]$ 、 $\gamma =$

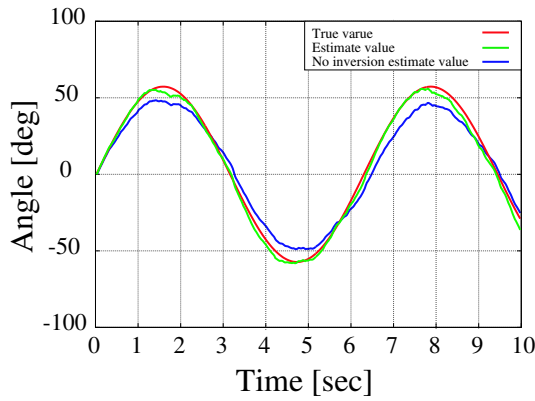


Fig.7 Estimation of  $\beta$  at  $\omega_1=1.0$ [rad/sec]

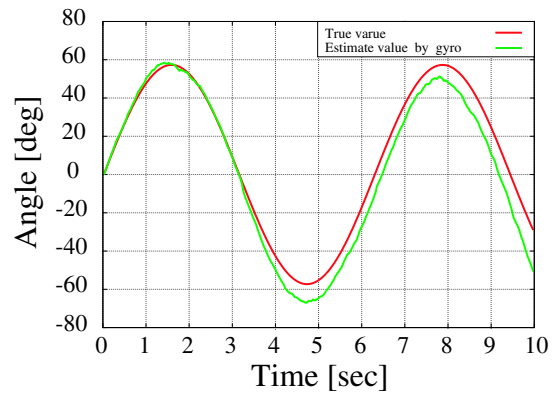


Fig.9 Estimation of  $\beta$  at  $\omega_1=1.0$ [rad/sec] by gyro

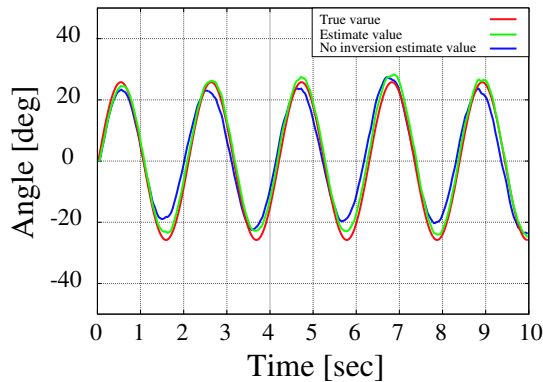


Fig.8 Estimation of  $\gamma$  at  $\omega_2=3.0$ [rad/sec]

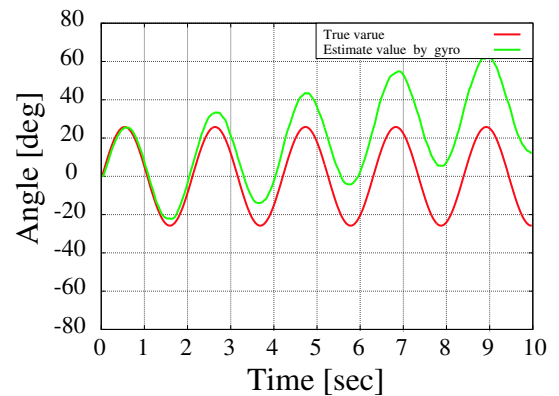


Fig.10 Estimation of  $\gamma$  at  $\omega_2=3.0$ [rad/sec] by gyro

$25.7 \sin 3t$ [deg] で与え、フィルタの伝達関数  $F_i$  は同じものを用いている。また、角速度センサのみを用いて推定を行った結果を Fig. 9 と Fig. 10 に示す。

角速度センサのみを用いた推定結果では、位相を補償することはできていない。しかし、Fig. 9 と Fig. 10 のどちらにおいても、ドリフトが発生しており、時間経過とともに真値からの誤差が増大している。

実験結果では、提案した相補フィルタは、逆伝達関数を用いない場合に比べ、遅れが補償され、比較的良好な推定が行えている。また、角速度センサのみの推定で発生していたドリフトの補償も行えている。これらのことから、提案した相補フィルタは 2 軸の推定において、有効であると考えられる。

## 5. 結言

本研究では、複数の慣性センサを用いて精度のよい姿勢推定を与えることを目的とした。そのために、センサの逆モデルを用いて、有効周波数を拡大した相補フィルタの設計を提案した。そして、提案したフィルタの有効性を検証するために 2 軸におけるセンサの伝達関数を周波数応答から線形近似で求め、その逆伝達関数を用いてフィルタを設計し、実装した。実験の結果、提案したフィルタでは、逆伝達関数を用いない場合に比べ、2 軸とも良好な推定ができていた。このことから、提案したフィルタは有効であることを確認した。

謝辞 本研究は、科学研究費補助金若手研究 (A)(課題番号：22680018) の支援を受けた。

## 参考文献

- [1] E. J. Lefferts, F. L. Markley, and M. D. Shuster, "Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol.5, No.5, pp.417-429, 1982.
- [2] G. Creamer, "Spacecraft Attitude Determination Using Gyros and Quaternion Measurements", *The Journal of the Astronautical Sciences*, vol.44, No.3, pp.357-371, 1996.
- [3] X. Yun, C. Aparicio, E. R. Bachmann and R. B. McGhee, "Implementation and Experimental Results of a Quaternion-Based Kalman Filter for Human Body Motion Tracking", *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp.318-323, 2005.
- [4] R. Mahony, T. Hamel, J. M. Pfimlin, "Complementary filter design on the special orthogonal group," In *Proceeding of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005*, pp.1477-1484, 2005
- [5] R. Mahony, T. Hamel, J. M. Pfimlin, "Nonlinear Complementary filter on the Special Orthogonal Group," *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, vol.53, No.5, pp.1203-1218, 2008
- [6] Y. Li, "A Filter Design Method for Robot Tip Velocity Derivation", *JSME international journal. Series C*, Vol.40, No.1, pp.82-88, 1997