

反力情報への観測誤差モデル適応による二脚ロボットの 位置推定カルマンフィルタ

Dead Reckoning for Biped Robots based on Kalman filter with Observation Error Model Varied with Foot Contact Condition

○ 舛屋 賢 (阪大) 杉原 知道 (阪大)

Ken Masuya, Osaka University, ken.masuya@ams.eng.osaka-u.ac.jp
Tomomichi Sugihara, Osaka University

A novel Kalman filter for dead reckoning of biped robots is proposed. In order to reflect the change of the foot contact condition, its observation error model is adaptively varied in accordance with the reaction force. For the rolling or rotation happened on the supporting foot, the minimum velocity point (MVP) which proposed in our previous work is introduced into the kinematics computation. MVP estimation is sensitive to the attitude error, so that we lower that influence by taking the ground reaction force at the contact point into consideration. The efficacy of the proposed method is verified through simulations.

Key Words: Biped robot, Dead reckoning, Kalman filter, Ground reaction force

1. はじめに

二脚ロボットの位置をフィードバック制御するとき、現在位置の高速・高精度な推定が重要である。カメラ [1] やレーザレンジファインダ [2] などの外界センサは、一般的に計測周期が数十ミリ秒であり、直接的な利用は難しい。それらと比べて加速度計やエンコーダなどのいわゆる内界センサは計測周期が比較的速いため、これらを用いた位置推定、すなわち、デッドレコニングが有効である。

脚ロボットのデッドレコニングとして、一步の間は支持足が動かないとする仮定のもと、支持足を基準とした運動学計算によって体幹位置を逆算する方法がよく用いられる [3]。しかし、不整地や複雑環境内移動など脚ロボットの運用が期待される状況で、支持足が動かないことはむしろ稀であり、ロボットの運動に伴って支持足の接触点周りの回転や転がり、跳躍なども頻繁に起こる。このとき、この方法では必然的に精度が劣化する。足の接触に依らない方法として加速度センサの2階積分 [4] があるが、積分に伴い誤差が拡大する欠点を抱えている。これらの情報を相補的に組み合わせるカルマンフィルタにより推定精度を向上する方法も提案されている [5]。しかし、これは大きさの無視できる点状の足が地面と接触する場合を想定したものであり、ある程度広い足裏をもつロボットへの適用は難しい。Ahnら [6] はつま先離地、踵接地を含むような運動に対する位置推定方法を提案した。その運動学計算において力センサ出力に基づいて支持足を判別しているが、センサノイズにより誤判定を起こしやすいと考えられる。どちらの足が支持足かを明確に判別するのは難しいが、地面から受ける力の情報には、それぞれの足の接地状態が反映されている、すなわち、支持足である確率情報が含まれていると考えた。

そこで、本稿では力センサ情報に基づいて支持足の運動状態を推定し、これに基づく運動学情報と加速度情報を組み合わせるカルマンフィルタを提案する。具体的には、観測誤差モデルを反力情報に基づいて適応的に変化させる。また、支持足の運動に対して、著者ら [7] が提案した速度最小点 (MVP) を運動学の基準として扱う。これまでの MVP 計算は各足の運動学にのみ基づいて

計算されてきたが、その精度は姿勢誤差に対し敏感に悪化するものであった。本稿では、各足における反力情報を MVP 計算に利用することで、姿勢誤差の影響を小さくする。反力が最大であるような点、すなわち接触点において速度が零であると考え、接触点周りのトルク拘束を MVP 計算へと組み込む。

2. 反力情報を観測誤差モデルに反映した カルマンフィルタ

慣性系に対する体幹の位置 \mathbf{p}_0 と速度 \mathbf{v}_0 を推定するためのカルマンフィルタを構成する。ただし、慣性系に対する体幹の姿勢 \mathbf{R}_0 と角速度 $\boldsymbol{\omega}_0$ は文献 [8] のような姿勢推定器により予め推定され、ロボットのリンクパラメータは既知であり、関節変位はエンコーダにより比較的精度よく測定できるとする。

状態量を $\mathbf{x} = [\mathbf{p}_0^T \mathbf{v}_0^T]^T$ とすると、加速度計により得られる体幹加速度 \mathbf{a}_0 を用いて状態方程式は次式で表される。

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{1} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{O} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} (\mathbf{a}_0 - \mathbf{g}) + \mathbf{w}_s \quad (1)$$

ただし、 $\mathbf{g} = [0 \ 0 \ g]^T$ 、 $g = 9.8[\text{m/s}^2]$ は重力加速度である。 $\mathbf{1}$ 、 \mathbf{O} はそれぞれ 3×3 単位行列と 3×3 零行列である。 $\mathbf{w}_s \in \mathbb{R}^6$ はシステムノイズである。

次に、観測方程式を考えよう。二脚ロボットのような広い足を持つロボットでは、接触点が足裏内を移動する。特に、支持足が回転や転がりを起こすときに問題となる。また、左右どちらの足が支持足であるかの判別には力センサ出力がよく用いられるが、センサノイズによりそれはあまり明確に行えるものではない。

そこで、本稿では観測誤差モデルを反力情報により適応的に変化させるカルマンフィルタを提案する。提案方法における観測方程式は次式のようになる。

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{O} \\ \mathbf{1} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \mathbf{E}(\mathbf{f}_L, \mathbf{f}_R) \mathbf{w}_o \quad (2)$$

ただし、 $\mathbf{w}_o \in \mathbb{R}^6$ は観測ノイズである。 $\mathbf{y} = [\tilde{\mathbf{p}}_{0,L}^T \tilde{\mathbf{p}}_{0,R}^T]^T$ であり、 $\tilde{\mathbf{p}}_{0,L}$ と $\tilde{\mathbf{p}}_{0,R}$ はそれぞれ左足と右足を基準とした運動学計算

により求まる体幹位置である。本稿では、支持足の回転や転がりを扱うために、著者ら [7] がこれまでに提案してきた MVP を基準として $\hat{\boldsymbol{p}}_{0,L}$ と $\hat{\boldsymbol{p}}_{0,R}$ を計算することで精度向上を図る。ただし、MVP 計算は姿勢誤差の影響を小さくするために、次章で示すものを用いた。また、 \boldsymbol{f}_L と \boldsymbol{f}_R はそれぞれ左足、右足の力センサが出力する慣性系に対する力、 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{f}_L, \boldsymbol{f}_R) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ は信頼性の変化を反映するための係数行列である。 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{f}_L, \boldsymbol{f}_R)$ を対角行列とすると、その成分は反力が大きいとき値を小さく、反力が小さいとき値を大きくするべきである。そこで、本研究では次のような関数とした。

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{f}_L, \boldsymbol{f}_R) = \begin{bmatrix} \frac{\eta}{f_{L,z} + \epsilon} \mathbf{1}_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \frac{\eta}{f_{R,z} + \epsilon} \mathbf{1}_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ただし、 $\eta, \epsilon > 0$ は設計変数、 $f_{*,z}$ は \boldsymbol{f}_* の鉛直方向成分である。

提案するカルマンフィルタの全体像を図 1 に示す。図のように提案方法は、1) MVP 計算、2) 足位置と体幹位置の更新、3) カルマンフィルタによる推定の 3 つのブロックにより構成される。

3. 各足の反力情報を利用した速度最小点計算

二脚ロボットの支持足は左足または右足であるが、本章では支持足が左足である場合について議論する。また、サンプリング時間を ΔT とし、変数 $*$ の時刻 $k\Delta T$ における値を $*[k]$ と表す。

運動学より慣性系に対する左足位置 \boldsymbol{p}_L と MVP 位置 $\boldsymbol{p}_{L,m}$ の関係は次式で表される。

$$\boldsymbol{p}_{L,m}[k] = \boldsymbol{p}_L[k-1] + \boldsymbol{R}_L[k-1]^L \boldsymbol{p}_{L,m}[k] \quad (4)$$

ただし、 ${}^L \boldsymbol{p}_{L,m}$ は左足座標系に対する MVP 位置であり、 \boldsymbol{R}_L は左足の慣性系に対する姿勢である。また、MVP を経由した \boldsymbol{p}_L の更新式は次のようになる。

$$\boldsymbol{p}_L[k] = \boldsymbol{p}_{L,m}[k] - \boldsymbol{R}_L[k]^L \boldsymbol{p}_{L,m}[k] \quad (5)$$

式 (4), (5) より、左足の初期位置 $\boldsymbol{p}_L[0]$ が既知ならば、 ${}^L \boldsymbol{p}_{L,m}$ を求めれば左足位置を更新できることがわかる。そこで、著者らは次のような慣性系に対する MVP の速度に基づく評価関数を最小化することにより、 ${}^L \boldsymbol{p}_{L,m}$ の推定を行った。

$$E = E_1 + \frac{1}{T_m^2} E_2 \quad (6)$$

$$E_1 = \frac{1}{2} \|\boldsymbol{v}_L[k] + \boldsymbol{\omega}_L[k] \times \boldsymbol{R}_L[k]^L \hat{\boldsymbol{p}}_{L,m}[k]\|^2 \quad (7)$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \|\boldsymbol{L} \hat{\boldsymbol{p}}_{L,m}[k] - \boldsymbol{L} \hat{\boldsymbol{p}}_{L,m}[k-1]\|^2 \quad (8)$$

ただし、 E_1 は左足座標系に対する MVP 速度 ${}^L \hat{\boldsymbol{v}}_{L,m} \simeq \mathbf{0}$ とする仮定のもとでの慣性系に対する MVP 速度を表す評価関数、 E_2 は正規化のための評価関数であり、 T_m は重みを表す時定数である。 \boldsymbol{v}_L と $\boldsymbol{\omega}_L$ はそれぞれ慣性系に対する左足の速度と角速度である。 \boldsymbol{v}_L は次式により得られる。

$$\boldsymbol{v}_L = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times \boldsymbol{R}_0^0 \boldsymbol{p}_L + \boldsymbol{R}_0^0 \boldsymbol{v}_L \quad (9)$$

ただし、 ${}^0 \boldsymbol{p}_L$ と ${}^0 \boldsymbol{v}_L$ は体幹と左足の間の相対位置と相対速度である。 \boldsymbol{v}_0 は推定された速度を用いていたが、式 (9) より明らかなように、たとえ \boldsymbol{v}_0 の精度がよくても \boldsymbol{v}_L は姿勢誤差の影響により精度が低下する。

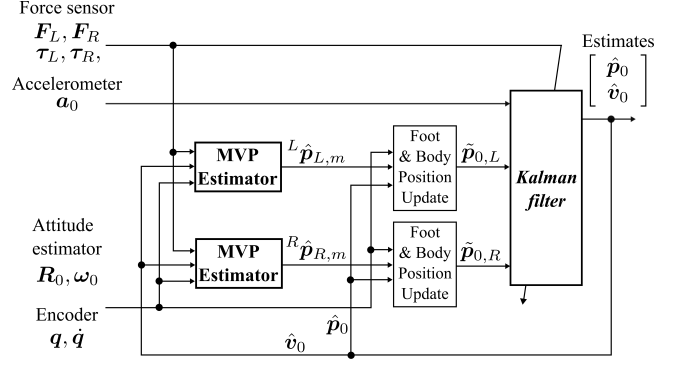


Fig.1 The proposed Kalman filter

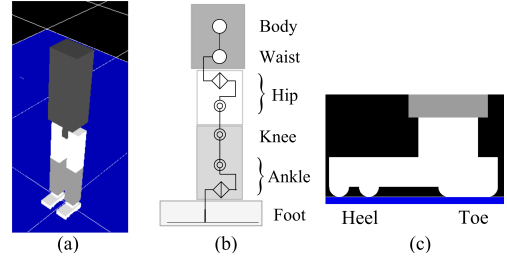


Fig.2 The robot model. (a)The exterior. (b)The structure. (c)The shape of the foot

そこで本研究では、MVP 計算への姿勢誤差の影響を小さくするために、各足の反力情報を利用する。反力が最大となる点において速度零であり、そのような点は接触点であると考えられることから、次の接触点周りのモーメント拘束 [9] を考える。

$${}^L \boldsymbol{\tau}_L + ({}^L \boldsymbol{p}_{L,F} - {}^L \hat{\boldsymbol{p}}_{L,m}) \times {}^L \boldsymbol{f}_L = \mathbf{0} \quad (10)$$

ただし、 ${}^L \boldsymbol{\tau}_L$ と ${}^L \boldsymbol{f}_L$ は左足に設置された力センサにより計測される左足座標系に対するトルクと力である。また、 ${}^L \boldsymbol{p}_{L,F}$ は左足上での力センサ位置である。式 (10) を用いると、新たな評価関数は次のように表される。

$$E' = \alpha_1 E_1 + \frac{1}{\zeta_2} E_2 + \alpha_3 \frac{1}{\zeta_3} E_3 \quad (11)$$

$$E_3 = \frac{1}{2} \|\boldsymbol{L} \boldsymbol{\tau}_L[k] + ({}^L \boldsymbol{p}_{L,F} - {}^L \hat{\boldsymbol{p}}_{L,m}) \times {}^L \boldsymbol{f}_L[k]\|^2 \quad (12)$$

ただし、 E_3 は式 (10) のモーメント拘束に対応する評価関数である。 $\alpha_1, \alpha_3 \geq 0$ はそれぞれ E_1, E_3 に対する重み、 $\zeta_2, \zeta_3 > 0$ は次元を $[\text{m}^2/\text{s}^2]$ とするための定数である。本稿では、ロボットの質量 M として、 $\zeta_2 = \Delta T^2$ 、 $\zeta_3 = (Mg\Delta T)^2$ とした。 E' の停留条件より、 ${}^L \hat{\boldsymbol{p}}_{L,m}[k]$ に関する次の式が得られる。

$$\boldsymbol{G}_L[k] {}^L \hat{\boldsymbol{p}}_{L,m}[k] = \boldsymbol{u}_L[k] \quad (13)$$

ただし、 $\boldsymbol{G}_L[k]$ と $\boldsymbol{u}_L[k]$ は ${}^L \boldsymbol{\omega}[k] = \boldsymbol{R}_L^T[k] \boldsymbol{\omega}_L[k]$ として、

$$\boldsymbol{G}_L[k] = \frac{1}{\zeta_2} \mathbf{1} - \alpha_1 [{}^L \boldsymbol{\omega}[k] \times]^2 - \alpha_3 \frac{1}{\zeta_3} [{}^L \boldsymbol{f}_L[k] \times]^2$$

$$\boldsymbol{u}_L[k] = \frac{1}{\zeta_2} {}^L \hat{\boldsymbol{p}}_{L,m}[k-1] + \alpha_1 [{}^L \boldsymbol{\omega}[k] \times] \boldsymbol{R}_L^T[k] \hat{\boldsymbol{v}}_L[k] + \alpha_3 \frac{1}{\zeta_3} [{}^L \boldsymbol{f}_L[k] \times] ({}^L \boldsymbol{\tau}_L[k] - [{}^L \boldsymbol{f}_L[k] \times] {}^L \boldsymbol{p}_{L,F})$$

と表される。よって、 $\boldsymbol{G}_L[k]$ は正定行列であることが確認できるので、 ${}^L \hat{\boldsymbol{p}}_{L,m}$ は計算可能である。式 (4), (5) および運動学より

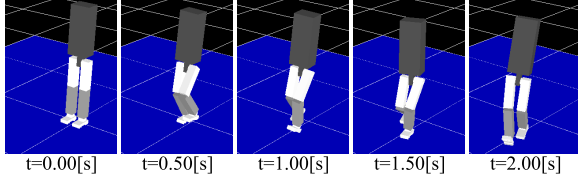


Fig.3 The snapshots of walking on the plane

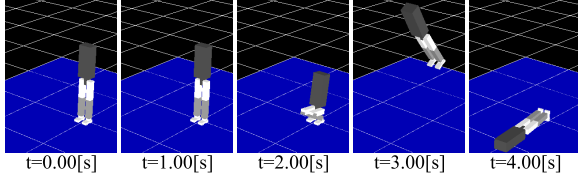


Fig.4 The snapshots of jumping

左足位置の一時推定値 $\hat{\boldsymbol{p}}_L$ とそれに基づく体幹位置 $\hat{\boldsymbol{p}}_{0,R}$ は次式で更新される。

$$\hat{\boldsymbol{p}}_L[k] = \hat{\boldsymbol{p}}_L[k-1] + (\boldsymbol{R}_L[k-1] - \boldsymbol{R}_L[k])^L \hat{\boldsymbol{p}}_{L,m}[k] \quad (14)$$

$$\hat{\boldsymbol{p}}_{0,L}[k] = \hat{\boldsymbol{p}}_L[k] - \boldsymbol{R}_0[k]^0 \boldsymbol{p}_L[k] \quad (15)$$

ただし、 $\hat{\boldsymbol{p}}_L$ は $\hat{\boldsymbol{p}}_L$ を $\hat{\boldsymbol{p}}_0 - \hat{\boldsymbol{p}}_{0,L}$ により修正したものである。

同様に、右足において ${}^R\hat{\boldsymbol{p}}_{R,m}$, $\hat{\boldsymbol{p}}_R$, $\hat{\boldsymbol{p}}_{0,R}$, $\hat{\boldsymbol{p}}_R$ が求まる。

4. シミュレーション

4.1 シミュレーション環境

図2のような二脚ロボットのモデルを用いて、OpenHRP3[10]による動力学シミュレーションを行った。ロボットモデルは質量 $M = 10.0[\text{kg}]$ であり、力センサは各足に加速度センサは体幹にそれぞれあるとした。OpenHRP3において、Yamamotoら[11]の方法により予め計算した目標関節変位と目標関節速度に追従するようなPD制御により関節を駆動した。シミュレーションにおけるサンプリング間隔 ΔT は $0.002[\text{s}]$ とした。ロボットモデルと路面の間の静止摩擦係数および動摩擦係数はともに 1.0 とした。

シミュレーションにおいて次のものを比較した。

- 支持足が動かないとした運動学計算 (FK)
- 加速度の2階積分をハイパスフィルタ (HPF) に通したものの (DIA+HPF)
- 文献[7]の方法 (Previous)
- 提案方法 (Proposed)

提案方法において、 $\alpha_1 = 1.0$, $\alpha_3 = 0.05$, $\eta = 1.53$, $\epsilon = 0.39$ とし推定を行った。ただし、カルマンフィルタの共分散は十分に調整したものを用いた。Previousにおいて、 E_3 の影響を調べるために $T_m = 0.002$ とし、他のパラメータはすべて文献[7]と同じものとした。DIA+HPFのカットオフ周波数も文献[7]のものと同じである。

誤差として、次のものを考えた。

$$\boldsymbol{e}_a \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_a, 0.1^2 \mathbf{1}_3), \quad \boldsymbol{\mu}_a \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, 0.04^2 \mathbf{1}_3) \quad (16)$$

$$\boldsymbol{e}_f \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, 1.0^2 \mathbf{1}_3) \quad (17)$$

$$\boldsymbol{e}_\tau \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, 0.01^2 \mathbf{1}_3) \quad (18)$$

$$\boldsymbol{e}_R = \frac{3.0}{(1 + (1/10\pi)s)^2} \boldsymbol{w}_R, \quad \boldsymbol{w}_R \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, 0.1^2 \mathbf{1}_3) \quad (19)$$

Table 1 The error of position estimation for walking [mm]

Method	x	y	z	3D
FK	40.09	35.98	43.29	69.10
DIA+HPF	123.3	105.7	52.69	170.7
Previous	38.10	30.29	47.66	68.12
Proposed	37.72	34.15	12.12	52.30

Table 2 The error of velocity estimation for walking [mm/s]

Method	x	y	z	3D
FK	1029.4	1009.8	167.2	1451.6
DIA+HPF	142.1	136.9	72.75	210.3
Previous	150.9	152.6	75.05	227.3
Proposed	99.49	99.44	31.59	144.2

Table 3 The error of position estimation for jumping [mm]

Method	x	y	z	3D
FK	36.59	47.27	331.1	336.4
DIA+HPF	342.5	366.3	199.1	539.5
Previous	115.1	121.6	91.92	191.0
Proposed	98.20	100.5	38.87	145.8

Table 4 The error of velocity estimation for jumping [mm/s]

Method	x	y	z	3D
FK	859.7	1122.1	1670.6	2188.4
DIA+HPF	240.0	262.4	181.1	399.0
Previous	198.9	200.3	155.1	322.1
Proposed	147.8	149.9	135.9	250.6

ただし、 \boldsymbol{e}_a , \boldsymbol{e}_f , \boldsymbol{e}_τ , \boldsymbol{e}_R はそれぞれ加速度、力、トルク、姿勢の誤差である。 \boldsymbol{e}_a , \boldsymbol{e}_f , \boldsymbol{e}_τ は単純に真値に加算されるが、 \boldsymbol{e}_R は \boldsymbol{R}_0 に相当するオイラー角に加算した。また $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ は平均 $\boldsymbol{\mu}$ 、共分散 $\boldsymbol{\Sigma}$ である正規分布を表す。 $\boldsymbol{\mu}_a$ は各シミュレーションの開始時に初期化した。図3のような平面上での前進歩行運動と図4のような跳躍運動のそれぞれに対して推定を計1000回ずつ行い、その平均二乗平均誤差 (RMSE) によって評価を行った。

4.2 推定結果に対する考察

図3の前進歩行運動に対する推定位置と推定速度のRMSEをそれぞれ表1, 2に載せ、位置推定結果の一例を図5に示す。結果において、Previousにおいてあまり改善ができていない。これは T_m を小さくしたために、運動学計算がFKのものに近いと考えられる。一方で、提案方法では新しいMVP計算により、全方向の精度改善ができています。特に、足の転がりにより大きく変化する z 方向で精度が大きく改善されている。

表3, 4はそれぞれ図4の跳躍運動に対する推定位置と推定速度のRMSEを載せたものである。また、位置推定結果の一例を図6に示す。結果より、足が地面から離れている約2.6秒から約3.4秒の間、 z 方向でFKは真値を追従できていない。一方で、Previousおよび提案方法は接地状態の変化に伴う信頼性の変化を扱っているため、真値の追従ができています。特に、表3からわ

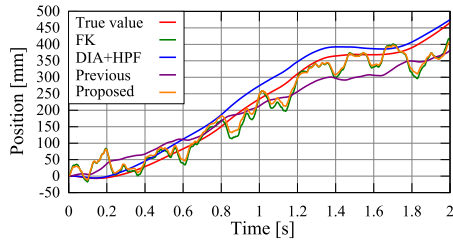
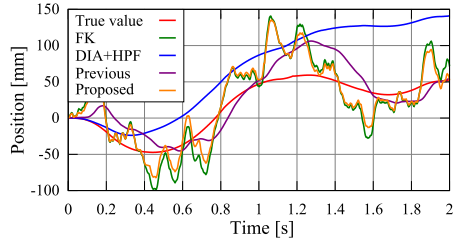
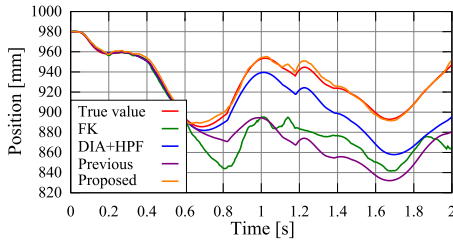
(a) x -direction(b) y -direction(c) z -direction

Fig.5 A result of position estimation for walking on the plane

かるように、提案方法においてその効果が顕著である。よって、前進歩行の結果と併せると、観測誤差モデルへの反力情報の適応的反映は足の接地状態の変化に対して効果的だといえる。

5. おわりに

本研究では、二脚ロボットのための高精度なデッドレコニングを目的とし、運動学情報と加速度情報を組み合わせるカルマンフィルタを提案した。接地状態の変化に伴う各信号の相対的な信頼性の変化を扱うために、反力情報を適応的に反映する観測誤差モデルを提案した。運動学において問題となる支持足の運動を扱うために、著者らが以前に提案した MVP を経由した運動学を用いた。その計算が受ける姿勢誤差の影響を小さくするために、接触点におけるモーメント拘束を考慮に入れた計算方法を示した。シミュレーション結果から、支持足の運動がある場合や足が地面から離れるような場合でも、提案方法は精度を改善できることが確認できた。

文献

- [1] S. Thompson and S. Kagami. Humanoid robot localisation using stereo vision. In *Proc. of the 2005 IEEE-RAS Int. Conf. on Humanoid Robots*, pp. 19–25, 2005.
- [2] A. Hornung, K. M. Wurm, and M. Bennewitz. Humanoid robot localization in complex indoor environments. In *Proc. of the 2010 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1690–1695, 2010.
- [3] G. P. Roston and E. P. Krotkov. Dead Reckoning Navigation for Walking Robots. In *Proc. of the 1992 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 607–612, 1992.

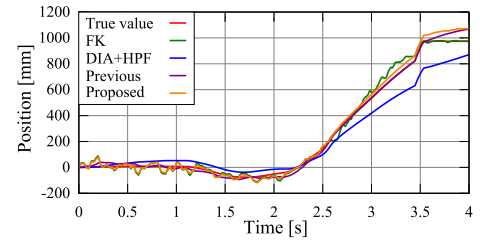
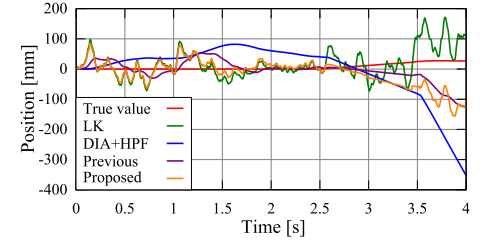
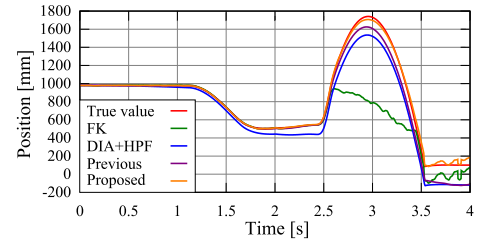
(a) x -direction(b) y -direction(c) z -direction

Fig.6 A result of position estimation for jumping

- [4] L. Marques, J. Lobo, J. Dias, U. Nunes, and A. T. de Almeida. Sensors for Legged Mobile Robots. In *Proc. of 2nd Int. Workshop on Climbing & Walking Robots*, pp. 33–58, 1999.
- [5] M. Bloesch, M. Hutter, M. Hoepflinger, S. Leutenegger, C. Gehring, C. D. Remy, and R. Siegwart. State Estimation for Legged Robots - Consistent Fusion of Leg Kinematics and IMU. In *Proc. of Robotics: Science and Systems*, 2012.
- [6] S. Ahn, S. Yoon, S. Hyung, N. Kwak, and K. S. Roh. On-board Odometry Estimation for 3D Vision-based SLAM of Humanoid Robot. In *Proc. of the 2012 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 4006–4012, 2012.
- [7] K. Masuya and T. Sugihara. A Dual-Stage Complementary Filter for Dead Reckoning of a Biped Robot Via Estimated Contact Point. In *Proc. of the 2013 IEEE-RAS Int. Conf. on Humanoid Robots*, pp. 112–117, 2013.
- [8] 杉原, 舂屋, 山本. 三次元高精度姿勢推定のための慣性センサの線形・非線形特性分離に基づいた相補フィルタ. *日本ロボット学会誌*, Vol. 31, No. 3, pp. 251–262, 2013.
- [9] A. Bicchi, J. K. Salisbury, and D. L. Brock. Contact Sensing from Force Measurements. *The Int. Jour. of Robotics Research*, Vol. 12, No. 3, pp. 249–262, 1993.
- [10] S. Nakaoka, S. Hattori, F. Kanehiro, S. Kajita, and H. Hirukawa. Constraint-based dynamics simulator for humanoid robots with shock absorbing mechanisms. In *Proc. of the 2007 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3641–3647, 2007.
- [11] K. Yamamoto, T. Sugihara, and Y. Nakamura. Gait planning including toe contact with boundary condition relaxation. In *Proc. of the 17th CISM-IFToMM Symposium*, pp. 409–416, 2008.